

Suite arithmétique

Exercice 1 Pour chacune des propositions suivantes dites si elle est vraie ou fautive.

1. Les nombres 0 ; 1 ; 3 ; 4 sont dans l'ordre, des termes successifs d'une suite arithmétique.
2. Les nombres -1 ; 0 ; 1 ; 2 sont dans l'ordre, des termes successifs d'une suite arithmétique.
3. Les nombres -0,6 ; -0,1 ; 0,4 ; 0,9 sont dans l'ordre, des termes successifs d'une suite arithmétique.

Exercice 2 Soit (v_n) la suite arithmétique de terme initial $v_1 = 2,8$ et de raison $-0,4$.

1. Calculez v_2 , v_3 et v_4 .
2. Marquez sur un graphique les points représentatifs de v_1 , v_2 , v_3 et v_4 .

Exercice 3 Soit (u_n) la suite arithmétique de premier terme $u_0 = -3$ et de raison $r = 2$.

1. Calculer u_1 , u_2 et u_3 .
2. Écrire une relation entre u_{n+1} et u_n .
3. À l'aide de la calculatrice :
 - a. déterminer le treizième terme ;
 - b. déterminer u_{24} .

Exercice 4 En 2013, Anne a reçu 80 € d'étrennes, puis chaque année celles-ci augmentent de 6 €. On note a_n le montant des étrennes l'année 2013 + n . Ainsi $a_0 = 80$.

1. Donner les valeurs a_1 et a_2 des étrennes pour les années 2014 et 2015.
2. Exprimer a_{n+1} en fonction de a_n , et en déduire la nature de la suite (a_n) .
3. Déterminer le montant des étrennes en 2017.
4. À l'aide de la calculatrice :
 - a. déterminer le montant des étrennes pour l'année 2021 ;
 - b. déterminer l'année lors de laquelle Anne percevra pour la première fois des étrennes supérieures ou égales à 160 €.

Exercice 5 Au 1^{er} janvier 2010, Chloé débute dans une entreprise avec un salaire mensuel de 1500 €.

Il est prévu dans son contrat une augmentation mensuelle de 7 € à partir du deuxième mois. On note $a_0 = 1500$ son salaire d'embauche puis pour n supérieur ou égal à 1, a_n son salaire à la fin du $(n + 1)$ -ième mois.

1. Déterminer le salaire a_1 du deuxième mois.
2. Exprimer a_{n+1} en fonction de a_n , et en déduire la nature de la suite (a_n) .
3. À l'aide de la calculatrice :
 - a. déterminer le salaire du 7^e mois ;
 - b. déterminer le rang du premier mois pour lequel son salaire dépassera 2 000 €.

Exercice 6 Les premiers termes de la suite (u_n) sont $u_0 = 1,7$, $u_1 = 3$, $u_2 = 4,3$, $u_3 = 5,6$, $u_4 = 7$.

Dites si ces premiers termes sont ceux d'une suite arithmétique et si oui précisez-en la raison.

Exercice 7 Fin 2005 le nombre d'auditeurs d'une radio était de 2 millions. Depuis, ce nombre n'a cessé d'augmenter régulièrement, de 10 000 par an.

Pour tout entier naturel n , on note u_n le nombre d'auditeurs fin $(2005 + n)$.

Montrer que la suite (u_n) correspondante est arithmétique ; préciser sa raison et son terme initiale.

Avec l'outil informatique

Exercice 8 Mettez en œuvre sur un logiciel de programmation l'algorithme suivant pour obtenir la liste des termes de rangs 0 à 8 de la suite arithmétique (u_n) de terme initial $u_0 = -3,2$ et de raison $r = 2,3$.

- Saisir les valeurs de u_0 et de r .
- Pour n allant de 0 à 8 :
 - u_{n+1} prend la valeur $u_n + r$;
 - afficher u_{n+1} .
- Fin Pour.

Exercice 9 Monsieur X place un capital égal à 1000 € au taux annuel de 4 % à intérêts simples. Cela signifie que, chaque année, le capital acquis est augmenté du même intérêt I , égale à celui de la 1^{er} année de placement. On pose $C_0 = 1000$ et on note C_n le capital (en €) acquis au bout de n années (où n est un entier naturel non nul).

1. a. Calculer I .

En déduire que $C_1 = 1040$ et $C_2 = 1080$.

b. Montrer que la suite (C_n) correspondante est arithmétique, donner son terme initial et sa raison.

2. Pour visualiser l'évolution de son capital, Monsieur X réalise sur tableur une feuille de calcul, dont le début figure ci-dessous.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Année	Capital						
2	0	1000						
3								

a. Reproduire ce début de feuille de calcul, puis le compléter pour obtenir la liste des capitaux acquis de la 1^{er} à la 15^e année de placement.

b. Écrire un algorithme décrivant la procédure utilisée dans la question précédente.

Exercice 10 Soit (u_n) la suite arithmétique de terme initial $u_0 = 1000$ et de raison $r = 60$.

1. Montrer que la suite (u_n) est strictement croissante.

2. Déterminer le rang du premier terme de la suite strictement supérieur à 1700.

Pour cela, obtenir sur un tableur une liste des termes de cette suite, jusqu'au premier strictement supérieur à 1700.

3. L'algorithme suivant traduit une démarche pour obtenir le résultat demandé à la question 2.

- N prend la valeur 0;
- U prend la valeur 1000;
- Tant que $U \leq 1700$ faire :
 - N prend la valeur $N + 1$;
 - U prend la valeur $U + 60$;
 - afficher U ;
 - afficher N ;
- Fin tant que

Convertir l'algorithme en langage Python puis le mettre en œuvre pour obtenir ce résultat.

4. Monsieur X veut savoir au bout de combien d'années, pour 1000 € au taux annuel de 4 % à intérêts simples, le capital acquis dépassera 1700 €.

Utiliser le résultat de la question 2 pour lui apporter la réponse.